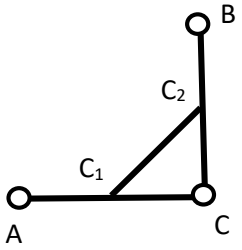
Второй этап (заочный) Всесибирской олимпиады по физике
(25 декабря 2020 г. - 20 января 2021 г.)
Задачи 10 класса

Задача оценивается в 5 баллов при полном решении и правильном ответе в указанных в условии единицах. Если требуется найти несколько величин, то их значения приводятся в ответе через точку с запятой. Числовой ответ, если иное не оговорено в условии, округляется до трёх значащих цифр. Например, полученное расчетом число 328,51 округляется до 329; 2,003 – до 2,00; 5,0081 – до 5,01; 0,60135 – до 0,601, 0,0012345 – до 0,00123 и т.д. Желательно указать наименование единиц, в которых измерена соответствующая физическая величина. Если в условии задачи нет специальных указаний, ответ приводится в единицах системы СИ. Ответ (округлённый) нужно внести в таблицу. При невыполнении любого из требований за задачу ставится 0 баллов. Без представления таблицы работа не проверяется.

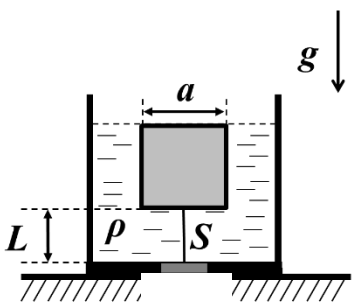


1. Из пункта А можно попасть в пункт В через пункт С, причем пункты А и С, а также С и В связаны прямолинейными дорогами одинаковой протяженности. Середины этих дорог связаны прямолинейной дорогой C_1C_2. Дорога АС перпендикулярна дороге СВ. Скорость передвижения по дороге АС в 4 раза больше, чем по разбитой дороге СВ и в 2 раза больше, чем по C_1C_2. На проезд по маршруту АСВ затрачивается 2 часа. На сколько минут меньше займет путь из А в В в обход пункта С? Ответ привести с точностью до 2 значащих цифр.

Возможное решение

Допустим, что скорость движения по дороге из А в С $4V$, а ее протяженность S. В таком случае движение по маршруту АСВ займет время $t_1 = \frac{S}{4V} + \frac{S}{V} = \frac{5S}{4V}$. Длина участка дороги, соединяющей середины дорог из А в С и из С в В $S_1 = S/\sqrt{2}$, а время движения из А и В, минуя С: $t_2 = \frac{S}{8V} + \frac{S_1}{2V} + \frac{S}{2V} = \frac{(2\sqrt{2}+5)S}{8V}$. Искомая разница времени $t_1 - t_2 = t_1\left(1 - \frac{t_2}{t_1}\right) = t_1\frac{5-2\sqrt{2}}{10} \approx 0,434$ час ≈ 26 мин.

Ответ: 26 мин или 26.



2. Сосуд с водой стоит на горизонтальной поверхности в поле тяжести. В дне сосуда имеется отверстие, герметично закрытое цилиндрической пробкой площадью $S = 1$ *см*^{2}. К середине пробки прикреплена невесомая нить длиной $L = 1{,}2$ см, другой конец которой закреплён в центре нижней грани однородного куба со стороной $a = 2$ *см*. Куб удерживают в таком положении, что уровень воды проходит точно по его верхней грани. Рассчитайте, при какой максимальной плотности материала куба пробка после того, как куб отпустят, начнет двигаться вверх. Трения между пробкой и стенками отверстия нет. Плотность воды $\rho = 1$ г/см^3. Ответ приведите в г/см^3 с точностью до 1 значащей цифры.

Возможное решение

Для того, чтобы пробка смогла начать двигаться вверх, сила натяжения нити должна быть равна силе давления столба воды: $T = \rho g h S$, $H = L + a$.

Второй закон Ньютона для куба: $mg + T = F_A$, где F_A – сила Архимеда, действующая на куб; m – его масса. Выразив массу куба через его плотность $\rho_{\text{куб}}$, а силу Архимеда через плотность воды, получим: $\rho_{\text{куб}} a^3 g + T = \rho g a^3$.

Решая уравнения, находим искомую плотность: $\rho_{\text{куб}} = \rho\left(1 - \frac{(L+a)S}{a^3}\right) = 0{,}6\rho$

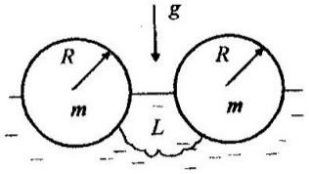
Ответ: 0,6 г/см^2 или 0,6.

3. Когда лифт, равномерно движущийся вниз со скоростью v = 5 м/с, достиг высоты H = 30 м, с него вбок столкнули мешок с песком. Через время T_0 = 4 с столкнули второй мешок с песком. Чему равен интервал времени T между ударами мешков о землю? Считать ускорение свободного падения g =10 м/с^2.

Возможное решение

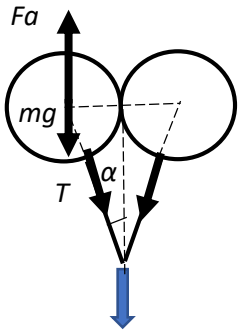
Первый мешок до падения на землю пройдет путь H с начальной вертикальной скоростью v и затратит на этот путь время t_1, $H = vt_1 + \frac{gt_1^2}{2}$. Второй мешок пройдет путь $H - vT_0$ и затратит время t_2, причем $H - vT_0 = vt_2 + \frac{gt_2^2}{2}$. Решив квадратные уравнения, получаем положительные значения $t_1 = 2$ с, $t_2 = 1$ с. Интервал времени между ударами мешков о землю $T = T_0 + t_2 - t_1 = 3$ с.

Ответ: 3 с или 3.



4. Два сферических поплавка массой m = 2 г и радиусом R = 1 см связаны легкой нитью длиной L = 5 см и плавают, наполовину погруженные в жидкость. К середине нити цепляют груз, и вся система тонет. Какое натяжение имеет нить в затонувшей системе? Считать ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Ответ привести с точностью до 2 значащих цифр.

Возможное решение



Условие равновесия утопленного поплавка $Fa - mg - T\cos(\alpha) = 0$, где Fa - сила Архимеда, m - масса поплавка, T – сила натяжения нити. Косинус угла α между нитью и вертикалью, $\cos(\alpha) = \frac{\sqrt{(R + L/2)^2 - R^2}}{R + L/2} = \frac{\sqrt{(4R+L)L}}{2R+L}$. Условие плавания поплавка $Fa/2 - mg = 0$. Искомая сила $T = \frac{mg}{\cos(\alpha)} = \frac{0{,}14}{3\sqrt{5}} H \approx 0{,}021H$

Ответ: 0,021 *H* или 0,021.

5. Лопнул протянутый по полу зала шланг, и из места порыва шланга во все стороны со скоростью v = 10 м/с полетели брызги воды. В результате этого на потолке образовался и начал быстро увеличиваться мокрый круг. Определите, через какое время после того, как шланг лопнул, радиус этого круга достигнет величины r = 1 м. Высота потолка h = 4 м. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2. Ответ привести с точностью до 2 значащих цифр.

Возможное решение

Точку на потолке на расстоянии r от точки, находящейся над местом порыва шланга, за время t достигнут капли, вылетевшие под углом α к горизонту:

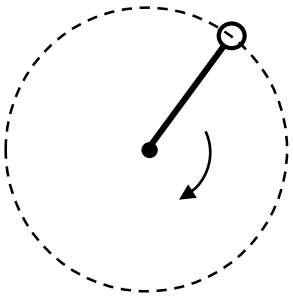
$r = v\cos\alpha t; h = v\sin\alpha t - \frac{gt^2}{2}$. Выразим из этих уравнений $v\cos\alpha = \frac{r}{t}$ и $v\sin\alpha = \frac{h}{t} + \frac{gt}{2}$. Из условия $(v\sin\alpha)^2 + (v\cos\alpha)^2 = v^2$ получаем уравнение для искомой величины:

$\frac{g^2}{4}t^4 - (v^2 - gh)t^2 + (r^2 + h^2) = 0$. Из двух решений уравнения выбираем минимальное:

$t^2 = \frac{2}{g^2}\left((v^2 - gh) - \sqrt{(v^2 - gh)^2 - g^2(r^2 + h^2)}\right) \approx 0{,}328$ с^2.

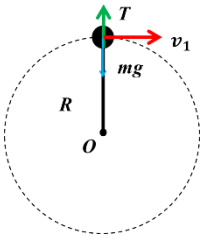
Ответ: 0,57 с или 0,57.

6. Небольшой шарик, закреплённый на конце невесомого стержня, свободно вращается вокруг неподвижной горизонтальной оси. Сила, с которой стержень давит на шарик в верхней точке траектории, в пять раз меньше силы, с которой стержень тянет шарик в нижней точке. Рассчитайте отношение скорости шарика в верхней точке к его скорости в нижней точке. Ответ приведите с точностью 2 значащих цифры.



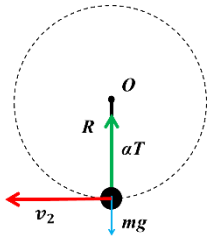
Возможное решение

Второй закон Ньютона, записанный для шарика в верхней точке его траектории, в проекции на вертикальную координатную ось, имеет вид: $\frac{mv_1^2}{R} = mg - T$,



где m - масса шарика, v_1 – его скорость в верхней точке, T – сила давления стержня на шарик, R – длина стержня, g – ускорение свободного падения.

В нижней точке аналогичное уравнение имеет вид: $\frac{mv_2^2}{R} = 5T - mg$.



При движении шарика его энергия сохраняется: $\frac{mv_1^2}{2} + mg2R = \frac{mv_2^2}{2}$

Решая полученные уравнения совместно, находим, что $T = mg$ и $\frac{v_1}{v_2} = 0$.

Ответ: 0

7. Поезд с момента отправления от станции двигался с постоянным ускорением, а затем с постоянной скоростью. Вдоль железной дороги расставлены столбики, указывающие целое количество километров от станции. Первый такой столбик, отвечающий нулевому расстоянию, в момент отправления поезда оказался против окна, в которое смотрел пассажир. Для того, чтобы скоротать время, он сделал метку на окне против нулевого столбика и при движении поезда очень точно (с помощью смартфона) определял моменты, когда столбики за окном пересекают эту метку. Помеченные значения пассажир записал в таблицу.

расстояние	1 км	2 км	3 км	4 км	5 км
время	0 с	65,49 с	115,75 с	158,11 с	195,66 с

Определите по приведенным данным максимальную скорость поезда. Ответ приведите с точностью до 2 значащих цифр.

Возможное решение

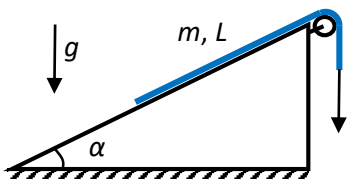
Допустим, что первый километр поезд проехал за время t_0. Обозначим расстояние в 1 км за s. В таком случае при равноускоренном движении время прохождения k километров $t_k + t_0 = \sqrt{\frac{2s}{a}}\sqrt{k}$, где t_k - время, отвечающее табличным значениям. Ускорение a в этом случае определяется из результатов двух последовательных измерений $\Delta = \frac{\sqrt{k+1}-\sqrt{k}}{t_{k+1}-t_k} = \sqrt{\frac{a}{2s}}$.

Проверяем:

k	1	2	3	4
$\Delta\cdot 1000$	6,3248	6,3239	6,3255	6,2868

Полученные значения показывают, что вплоть до четвертого километра движение ускоренное, в промежутке 4-5 км скорость достигает максимального значения. Из средней величины Δ для первых трех значений k находим ускорение $a \approx 0,08000$ м/с^2. Скорость при прохождении 4-го километра $v_4 = a(t_4 + t_0) = 2\sqrt{2as} \approx 25,298$ м/с. Предположим, что максимальная скорость v. В таком случае $s = \frac{v^2 - v_4^2}{2a} + v\left(t_5 - t_4 - \frac{v - v_4}{a}\right)$. Решаем уравнение и получаем $v = \tau a + v_4 \pm \sqrt{(\tau a + v_4)^2 - 2as - v_4^2} \approx 28,3 \pm 1,0$ м/с, где $\tau = t_5 - t_4$. Выбираем меньший корень, поскольку для большего $\frac{v - v_4}{a} > t_5 - t_4$.

Ответ: 27 м/с или 27.



8. На наклонной плоскости с углом α = 30º находится однородная лента массой m = 0,1 кг и длиной L = 1 м. Ленту начинают тянуть вниз через блок, закрепленный наверху наклонной плоскости. Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы перетянуть всю ленту? Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2, коэффициент трения между лентой и плоскостью μ = 0,4. Размерами и массой блока пренебречь. Ответ привести с точностью до двух значащих цифр.

Возможное решение

Пусть длина свисающей части ленты x. На нее действует сила тяжести, равная mgx/L. На часть, лежащую на плоскости, действует скатывающая сила $mg(L-x)\sin\alpha/L$ и сила трения $\mu mg(L-x)\cos\alpha/L$. Минимальная сила, с которой нужно тянуть, чтобы лента двигалась, равна

$$F = mg(L-x)\sin\alpha/L + \mu mg(L-x)\cos\alpha/L - mgx/L.$$

Максимальная сила (при $x = 0$) равна $F_0 = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$, далее сила линейно убывает с ростом x. При

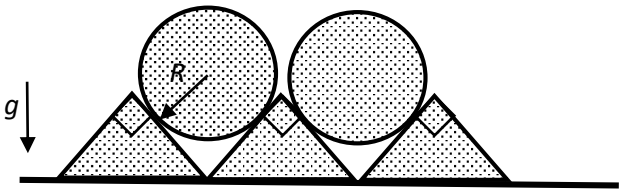
$$x_0 = \frac{L(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)^2}{(1+\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}$$

сила обращается в нуль, то есть ленту необходимо дотянуть только до этого положения, а дальше она будет соскальзывать под собственным весом. Когда сила линейно убывает от F_0 до нуля на расстоянии x_0, работа, вычисляемая как площадь прямоугольного треугольника на графике $F(x)$, равна

$$A = \frac{F_0 x_0}{2} = \frac{mgL(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)^2}{2(1+\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} \approx 0{,}19 \text{ Дж}.$$

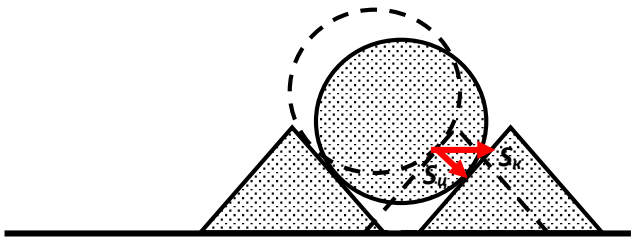
Ответ: **0,19 Дж или 0,19 .**

9. Три однородных клина с сечением в виде равнобедренного прямоугольного треугольника положили на горизонтальную поверхность вплотную друг к другу широкой гранью книзу. На клинья положили два однородных цилиндра радиусом R = 10 см каждый. Определите скорости этих тел, когда цилиндры опустятся до основания. Клинья и цилиндры имеют одинаковую массу m= 1 кг, ускорение свободного падения g = 9,8 м/с^2. Трения нет. В ответе укажите скорости тел слева направо в м/с с точностью до 2 значащих цифр.

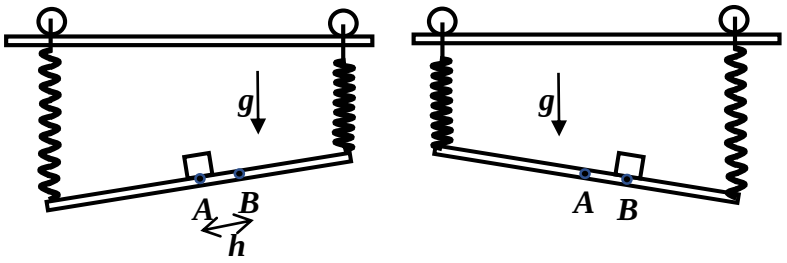


Возможное решение

Из соображений симметрии следует, что центральный клин останется неподвижным. Цилиндр будет скользить по его поверхности под углом 45° к горизонту. В момент времени, когда он совершит перемещение $S_ц$, крайний клин сместится горизонтально на $S_к = S_ц\sqrt{2}$. Такое же соотношение будет между скоростью клина и скоростью цилиндра: $V_к = V_ц\sqrt{2}$. Источником кинетической энергии тел является потенциальная энергия цилиндров. Первоначально центр цилиндра находился на высоте $h_0 = R\sqrt{2}$, минимальное значение высоты $h_1 = R$. Закон сохранения энергии: $2mgR(\sqrt{2}-1) = 2\frac{mV_ц^2}{2} + 2\frac{mV_к^2}{2} = 3mV_ц^2$ В результате $V_ц = \sqrt{\frac{2(\sqrt{2}-1)gR}{3}} \approx 0{,}52$ м/с, $V_к \approx 0{,}74$ м/с.



Ответ: **0,74 м/с;0,52 м/с;0 м/с; 0,52 м/с; 0,74 м/с или 0,74;0,52;0; 0,52; 0,74.**



10. На двух пружинах одинаковой длины подвешена легкая доска длиной L = 1 м. Небольшой груз массой m = 1 кг не соскальзывает с доски, если он лежит на ее участке AB, где A - середина доски, а B находится на расстоянии h = 20 см от середины. Во всех остальных случаях он соскальзывает влево или вправо. Найдите коэффициенты жесткости обеих пружин. Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2, коэффициент трения груза о доску μ = 0,2, пружины остаются вертикальными. Массой доски пренебречь. Ответ приведите с точностью до 2 значащих цифр.

Возможное решение

Обозначим коэффициент жесткости левой пружины k_1, правой k_2. В крайних точках отрезка h угол наклона доски к горизонту равен α, где $\operatorname{tg}\alpha = \mu$ $\left(\sin\alpha = \dfrac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}} \approx 0{,}1961\right)$.

При положении груза посредине доска наклонена влево, и $k_1 < k_2$.

Запишем для равновесия при положении груза посредине условия равенства нулю суммы сил и суммы моментов сил относительно центра доски, а также условие заданного угла наклона доски

$$k_1 x_1 + k_2 x_2 = mg,$$

$$k_1 x_1 \frac{L}{2}\cos\alpha = k_2 x_2 \frac{L}{2}\cos\alpha,$$

$$x_1 - x_2 = L\sin\alpha.$$

Избавляясь от x_1 и x_2, получаем уравнение для k_1, k_2:

$$\frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2} = \frac{2L\sin\alpha}{mg}. \qquad (1)$$

Запишем для равновесия при положении груза на расстоянии h от середины доски условия равенства нулю суммы сил и суммы моментов сил относительно позиции груза, а также условие заданного угла наклона доски

$$k_1 x_1 + k_2 x_2 = mg,$$

$$k_1 x_1 \left(\frac{L}{2} + h\right)\cos\alpha = k_2 x_2 \left(\frac{L}{2} - h\right)\cos\alpha,$$

$$x_2 - x_1 = L\sin\alpha.$$

Избавляясь от x_1 и x_2, получаем уравнение для k_1, k_2:

$$\frac{1}{k_2} - \frac{1}{k_1} + \frac{2h}{L}\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right) = \frac{2L\sin\alpha}{mg}. \qquad (2)$$

Решая уравнения (1) и (2), получаем выражения для коэффициентов жесткости

$$k_1 = \frac{mgh}{L\sin\alpha(L+h)} \approx 8{,}5 \text{ Н/м}, \quad k_2 = \frac{mgh}{L\sin\alpha(L-h)} \approx 13 \text{ Н/м}.$$

Ответ: 8,5 Н/м;13 Н/м или 8,5; 13.

11. Таблица ответов.

№ задачи	Ответ
1	26 мин или 26
2	0,6 г/см^2 или 0,6
3	3 с или 3
4	0,021 Н или 0,021
5	0,57 с или 0,57
6	0
7	27 м/с или 27
8	0,19 Дж или 0,19
9	0,74 м/с;0,52 м/с;0 м/с; 0,52 м/с; 0,74 м/с или 0,74;0,52;0; 0,52; 0,74
10	8,5 Н/м;13 Н/м или 8,5; 13.